**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

**отчет**

**по лабораторной работе №1**

**по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»**

**Тема: Дискретные сигналы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 7381 |  | Алясова А.Н. |
| Студент гр. 7381 |  | Кортев Ю.В. |
| Преподаватель |  | Сучков А.И. |

Санкт-Петербург

2020

**Цель работы.**

Изучить математическое описание дискретных сигналов и овладеть программными средствами их моделирования.

**Основные теоретические положения.**

В теории цифровой обработки сигналов (ЦОС) принято разделять операции дискретизации по времени и квантования по уровню. Полагая операцию квантования отсутствующей, изучают дискретные сигналы и линейные дискретные системы (ЛДС), а затем, отдельно, – эффекты нелинейной операции квантования.

Дискретным называют сигнал, дискретный по времени и непрерывный по состоянию (уровню), который описывается последовательностью чисел бесконечной разрядности или , называемой коротко последовательностью. Значения , называют дискретным временем, где – период дискретизации, а – дискретным нормированным временем.

В теории ЦОС термины «дискретный сигнал» и «последовательность» употребляют в тождественном смысле.

Цифровым называют сигнал, дискретный по времени и квантованный по состоянию (уровню), который описывается последовательностью чисел конечной разрядности – квантованной последовательностью или . При компьютерном моделировании под дискретным сигналом условно понимают последовательность чисел максимально возможной разрядности, а под цифровым – последовательность чисел заданной разрядности.

**Постановка задачи.**

С помощью программных средств провести моделирование и анализ дискретных последовательностей. Результаты подкрепить соответствующими графиками и выводами.

**Порядок выполнения работы.**

1. Смоделировать единичный цифровой импульс с выводом графиков на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени . Пояснить взаимосвязь между дискретным и дискретным нормированным временем и различие между цифровым единичным импульсом и функцией Дирака.
2. Смоделировать дискретный единичный скачок с выводом графиков на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени . Пояснить соответствие между дискретным единичным скачком и функцией Хэвисайда, а также чему равна частота дискретизации дискретного единичного скачка.
3. Смоделировать дискретную экспоненциальную функцию с выводом графиков на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени . Пояснить соответствие между дискретной и аналоговой экспонентами.
4. Смоделировать дискретный комплексный гармонический сигнал с выводом графиков вещественной и мнимой частей на интервале времени . Записать данный сигнал в виде комбинации двух вещественных последовательностей.
5. Вывести графики последовательностей , и , задержанных на m отсчетов, на интервале времени . Записать формулы задержанных последовательностей.
6. Смоделировать дискретный прямоугольный импульс :

на основе дискретного единичного скачка с выводом графика на интервале времени . Пояснить как выполняется моделирование импульса.

1. Смоделировать линейную комбинацию дискретных гармонических сигналов :

где

с выводом графиков последовательностей и на интервале времени . Вычислить среднее значение, энергию и среднюю мощность последовательности . Пояснить, какие операции при моделировании линейной комбинации сигналов и как определяют указанные характеристики.

1. Смоделировать дискретную затухающую синусоиду и вывести график на интервале времени . Пояснить операции при моделировании данного сигнала.
2. Вывести график пяти периодов периодической последовательности дискретных прямоугольных импульсов амплитуды и длительности с периодом, вдвое большим длительности импульса. Пояснить операции при моделировании периодической последовательности.
3. Сделать выводы.

**Ход работы.**

В ходе работы были выполнены следующие действия:

1) Смоделируем единичный цифровой импульс :

Графики единичного цифрового импульса на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени представлены на рис. 1 соответственно.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Рисунок 1 – Графики цифрового единичного импульса и

Взаимосвязь между дискретным и дискретным нормированным временем состоит в том, что дискретное нормированное время – это дискретное время с периодом дискретизации .

Различием между цифровым единичным импульсом и функцией Дирака является то, что у единичного импульса амплитуда равна единице, а у функции Дирака – бесконечности. Из-за этого функция Дирака на практике не реализуема. Кроме того, функция Дирака бесконечно узкая и при этом имеет площадь, равную единице.

2) Смоделируем дискретный единичный скачок :

Графики дискретного единичного скачка на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени представлены на рис.2 соответственно.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Рисунок 2 – Графики цифрового единичного скачка

Соответствие между цифровым и аналоговым единичными скачками заключается в том, что цифровой единичный скачок получается путем дискретизации аналогового единичного скачка.

Реальный аналоговый сигнал можно приближенно представить некоторой суммой единичных скачков, возникающих в последовательные моменты времени. Устремив к нулю длительность интервала времени между единичными скачками, в пределе будет получаться точная огибающая реального исходного сигнала.

Частота дискретизации дискретного единичного скачка равна:

где – верхняя граница частоты спектра аналогового сигнала.

3) Смоделируем дискретную экспоненциальную функцию :

Графики дискретной экспоненциальной функции на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени представлены на рис 3, 4 соответственно.

|  |  |
| --- | --- |
| Вещественная часть | Мнимая часть |
|  |  |

Рисунок 3 – Экспоненциальная функция на интервале дискретного времени

|  |  |
| --- | --- |
| Вещественная часть | Мнимая часть |
|  |  |

Рисунок 4 – Экспоненциальная функция на интервале дискретного нормированного времени

Соответствие между дискретной и аналоговой экспонентами:

Точки дискретной экспоненты находятся в местах, где для аналоговой экспоненты , – целые.

Дискретная экспонента (экспоненциальная последовательность) образуется в результате дискретизации экспоненты.

4) Смоделируем дискретный комплексный гармонический сигнал:

Графики дискретного комплексного гармонического сигнала вещественной и мнимой частей на интервале времени представлены на рис.5 соответственно.

|  |  |
| --- | --- |
| Вещественная часть | Мнимая часть |
|  |  |

Рисунок 5 – Графики дискретного комплексного гармонического сигнала вещественной и мнимой частей

Данный сигнал можно записать в виде комбинации двух вещественных последовательностей:

5) Выведем графики последовательностей , и , задержанных на отсчетов, на интервале времени . Графики представлены на рис. 6, 7, 8.

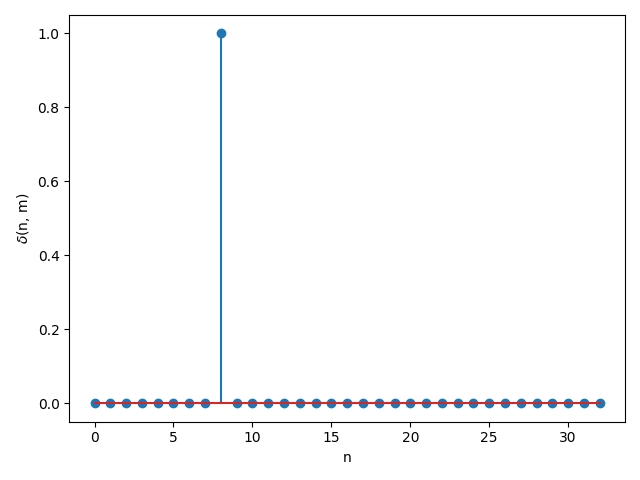


Рисунок 6 – График последовательности

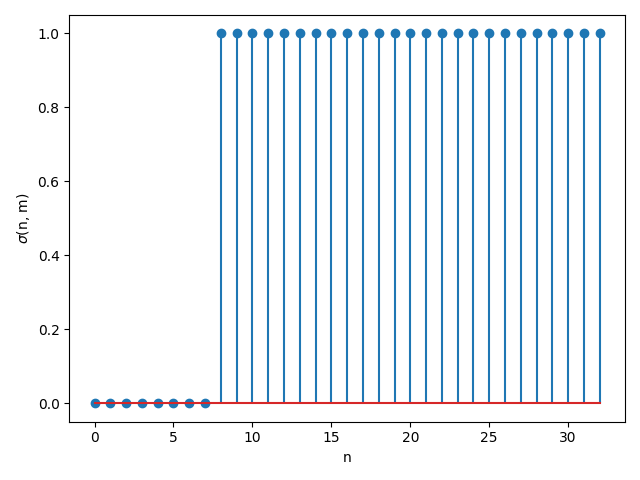


Рисунок 7 - График последовательности отсчетов

|  |  |
| --- | --- |
| Вещественная часть | Мнимая часть |
|  |  |

Рисунок 8 - График последовательности

Формулу единичного импульса, задержанного на отсчётов можно записать следующим образом:

Формулу единичного скачка, задержанного на отсчётов можно записать следующим образом:

Формулу дискретной экспоненциальной функции, задержанной на отсчётов можно записать следующим образом:

6) Смоделируем дискретный прямоугольный импульс на основе дискретного единичного скачка:

График дискретного прямоугольного импульса на основе дискретного единичного скачка на интервале времени представлен на рис.9.

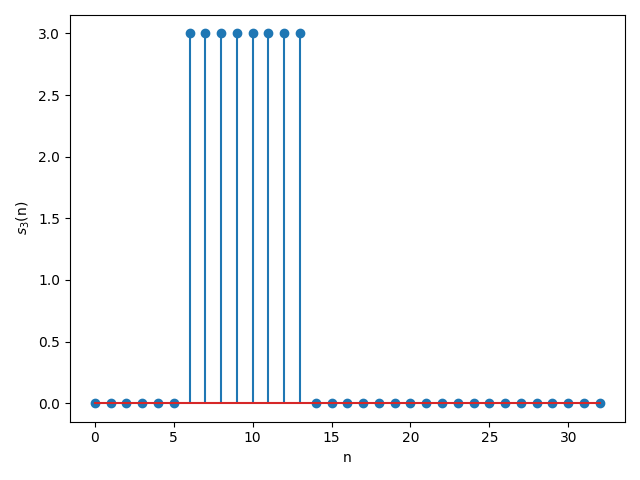


Рисунок 9 - График дискретного прямоугольного импульса на основе дискретного единичного скачка

Моделирование прямоугольного импульса происходит следующим образом:

1. Генерируется массив из нулей с количеством элементов соответствующем интервалу времени.

2. Каждому элементу, удовлетворяющему условию, присваивается .

7) Смоделируем линейную комбинацию дискретных гармонических сигналов :

где

Графики последовательностей и на интервале времени представлены на рис. 10, 11, 12, 13.

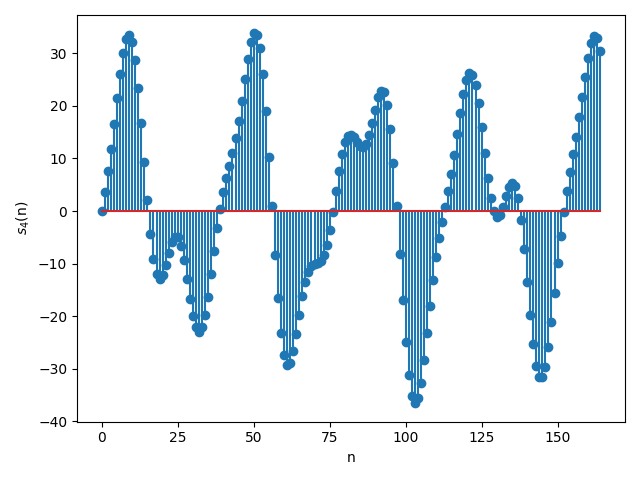


Рисунок 10 – График последовательности

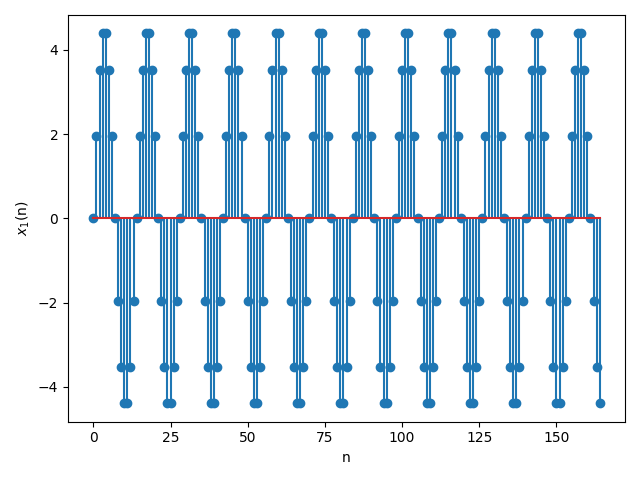


Рисунок 11 – График последовательности

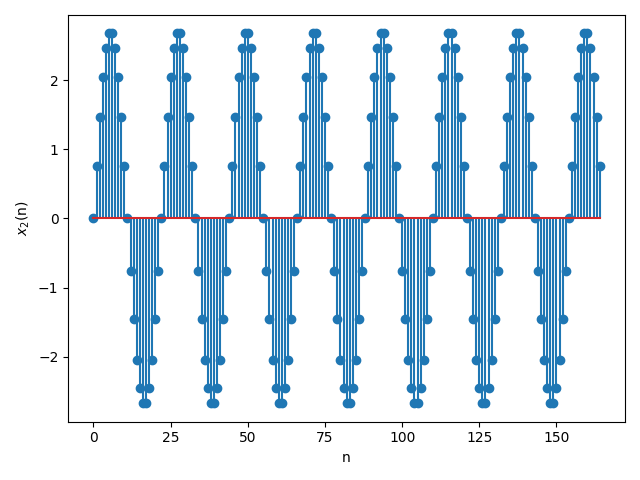


Рисунок 12 – График последовательности

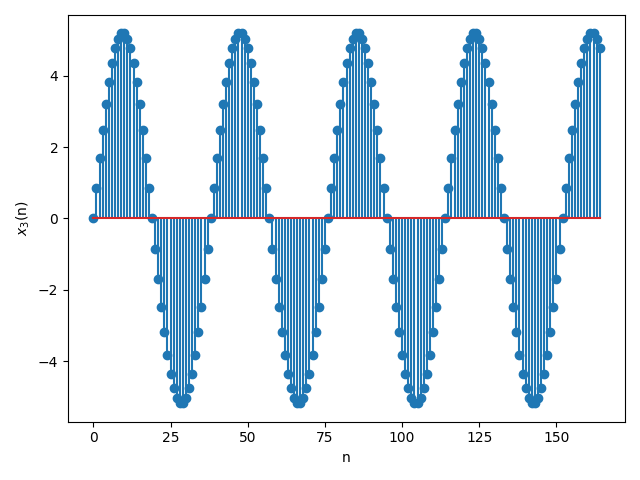


Рисунок 13 – График последовательности

Вычислим среднее значение, энергию и среднюю мощность последовательности :

Среднее значение = ,

Энергия = ,

Мощность = .

Операции при моделировании линейной комбинации сигналов:

1. Вычисление дискретного нормированного времени
2. Вычисление матрицы дискретных гармоник
3. Линейная комбинация дискретных гармоник

Определение характеристик:

* Среднее значение:
* Энергия:
* Мощность:

8) Смоделируем дискретную затухающую синусоиду:

График дискретной затухающей синусоиды на интервале времени представлен на рис. 14.

Операции при моделировании данного сигнала:

1. Расчёт времени на интервале n [0, N-1].
2. Расчёт дискретной затухающей синусоиды.

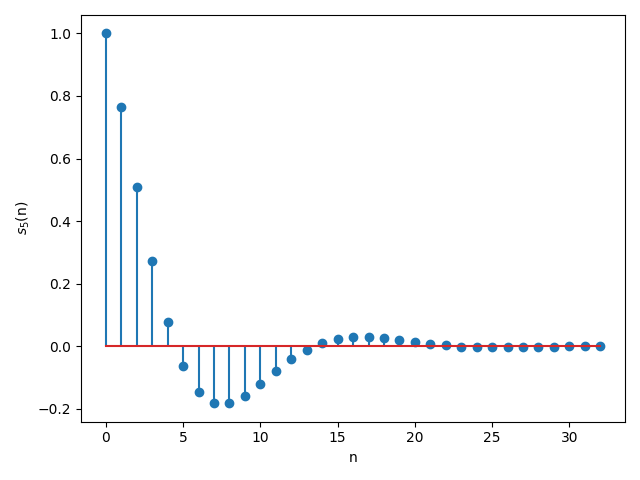


Рисунок 14 – График дискретной затухающей синусоиды на интервале времени

9) Выведем график пяти периодов периодической последовательности дискретных прямоугольных импульсов амплитуды и длительности с периодом, вдвое большим длительности импульса. График представлен на рис. 15.

Операции при моделировании периодической последовательности:

1. Генерируем 5 прямоугольных импульсов с соответствующим смещением.
2. Складываем их.

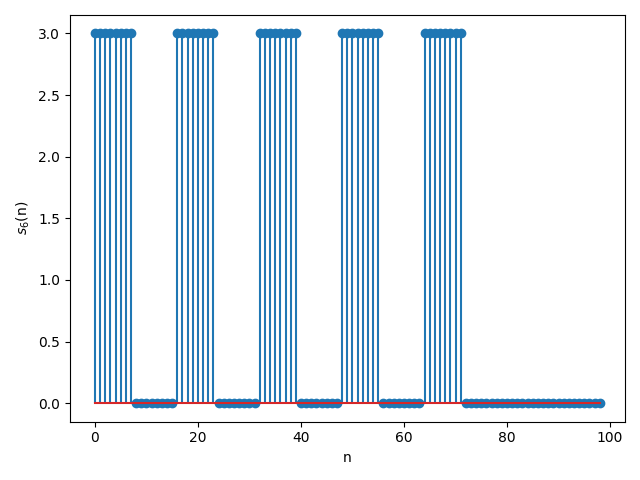


Рисунок 15 – График пяти периодов последовательности

**Выводы.**

Были изучены математические описания дискретных сигналов и получены навыки использования программных средств их моделирования.

Был исследован цифровой единичный импульс на интервалах и и на его примере изучена связь между дискретным и дискретным нормированным временем.

Был исследован цифровой единичный скачок на интервалах и , его частота дискретизации и соответствие с аналоговым единичным скачком.

Была исследована дискретная экспонента на интервалах и и её соответствие с аналоговой экспонентой.

Был исследован дискретный комплексный гармонический сигнал на интервале времени и переписан в виде комбинации двух вещественных последовательностей.

Были исследованы задержанные последовательности на интервале времени и записаны их формулы.

Был исследован дискретный прямоугольный импульс на интервале времени на основе цифрового единичного скачка.

Была исследована линейная комбинация дискретных гармонических сигналов на интервале времени ; были вычислены её среднее значение, энергия и средняя мощность.

Была исследована дискретная затухающая синусоида на интервале времени .

Была исследована периодическая последовательность дискретных прямоугольных импульсов на интервале времени .

Таким образом, в ходе работы были смоделированы различные дискретные сигналы и построены соответствующие графики.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**ИСХОДНЫЙ КОД**

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

import math

def get\_var():

variables = {'Nb': 3}

variables['N'] = 30 + variables['Nb'] % 5

variables['T'] = 0.0005 \* (1 + variables['Nb'] % 3)

variables['a'] = (-1) \*\* variables['Nb'] \* (0.8 + 0.005 \* variables['Nb'])

variables['C'] = 1 + variables['Nb'] % 5

variables['w0'] = math.pi / (6 + variables['Nb'] % 5)

variables['m'] = 5 + variables['Nb'] % 5

variables['U'] = variables['Nb']

variables['n0'] = variables['Nb'] % 5 + 3

variables['n\_imp'] = variables['Nb'] % 5 + 5

variables['B1'] = 1.5 + variables['Nb'] % 5

variables['B2'] = 5.7 - variables['Nb'] % 5

variables['B3'] = 2.2 + variables['Nb'] % 5

variables['w1'] = math.pi / (4 + variables['Nb'] % 5)

variables['w2'] = math.pi / (8 + variables['Nb'] % 5)

variables['w3'] = math.pi / (16 + variables['Nb'] % 5)

variables['a1'] = 1.5 - variables['Nb'] % 5

variables['a2'] = 0.7 + variables['Nb'] % 5

variables['a3'] = 1.4 + variables['Nb'] % 5

variables['x1'] = lambda k: variables['B1'] \* np.sin(variables['w1'] \* k)

variables['x2'] = lambda k: variables['B2'] \* np.sin(variables['w2'] \* k)

variables['x3'] = lambda k: variables['B3'] \* np.sin(variables['w3'] \* k)

return variables

vv = get\_var()

x = np.linspace(0, (vv['N'] - 1) \* vv['T'])

x\_norm = np.linspace(0, vv['N'] - 1, 33)

def dirak(\_x, m=0):

y = np.zeros(\_x.shape)

y[\_x == m] = 1

return y

def exp(\_x, m=0, part='real'):

y = np.zeros(\_x.shape)

ans = np.float\_power(vv['a'] + 0j, \_x[\_x >= m] - m)

y[\_x >= m] = ans.real if part == 'real' else ans.imag

return y

def exp2(\_x, part='real'):

ans = vv['C'] \* np.exp(1j \* vv['w0'] \* \_x)

return ans.real if part == 'real' else ans.imag

def hs(\_x, m=0):

return np.heaviside(\_x - m, 1)

def rect(\_x, m=vv['n0']):

y = np.zeros(\_x.shape)

y[(m <= \_x) & (\_x <= m + vv['n\_imp'] - 1)] = vv['U']

return y

def task1():

plt.stem(x, dirak(x, 0), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, dirak(x\_norm, 0), use\_line\_collection=True)

plt.show()

def task2():

plt.stem(x, hs(x), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, hs(x), use\_line\_collection=True)

plt.show()

def task3():

plt.stem(x, exp(x, 0), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, exp(x\_norm, 0), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x, exp(x, 0, 'imag'), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, exp(x\_norm, 0, 'imag'), use\_line\_collection=True)

plt.show()

def task4():

plt.stem(x, exp2(x), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, exp2(x\_norm), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x, exp2(x, 'imag'), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, exp2(x\_norm, 'imag'), use\_line\_collection=True)

plt.show()

def task5():

plt.stem(x\_norm, dirak(x\_norm, vv['m']), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, hs(x\_norm, vv['m']), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, exp(x\_norm, vv['m'], 'real'), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_norm, exp(x\_norm, vv['m'], 'imag'), use\_line\_collection=True)

plt.show()

def task6():

plt.stem(x\_norm, rect(x\_norm), use\_line\_collection=True)

plt.show()

def s4(\_x):

return vv['a1'] \* vv['x1'](\_x) + vv['a2'] \* vv['x2'](\_x) + vv['a3'] \* vv['x3'](\_x)

x\_7 = np.linspace(0, 5 \* vv['N'] - 1, 5 \* vv['N'])

def task7():

ans = s4(x\_7)

plt.stem(x\_7, ans, use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_7, vv['x1'](x\_7), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_7, vv['x2'](x\_7), use\_line\_collection=True)

plt.show()

plt.stem(x\_7, vv['x3'](x\_7), use\_line\_collection=True)

plt.show()

print('Среднее - {}, Энергия - {}, Мощность - {}'.format(ans.mean(), np.power(ans, 2).sum(), np.power(ans, 2).mean()))

def s5(\_x):

return (np.abs(vv['a']) \*\* \_x) \* np.cos(vv['w0'] \* \_x)

def task8():

plt.stem(x\_norm, s5(x\_norm), use\_line\_collection=True)

plt.show()

def task9():

x\_9 = np.linspace(0, 3 \* vv['N'] - 1, 3 \* vv['N'])

y = np.zeros(shape=x\_9.shape)

for i in range(5):

y += rect(x\_9, 2 \* vv['n\_imp'] \* i)

plt.stem(x\_9, y, use\_line\_collection=True)

plt.show()